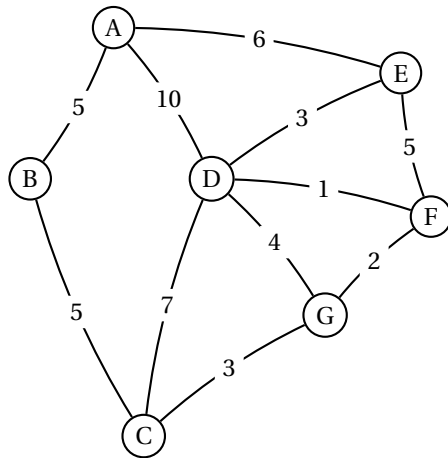


### Partie A

Laurent s'occupe de distribuer le courrier dans les bureaux d'une grande entreprise.

Le graphe ci-dessous représente les différents parcours qu'il peut faire pour distribuer le courrier dans les bureaux A, B, C, D, E, F et G.

Le poids de chaque arête indique le nombre d'obstacles (portes, escaliers, machines à café...) qui nuisent à la distribution du courrier.



Laurent se voit confier par le bureau A un colis à livrer au bureau G.

Indiquer un parcours qui permette à Laurent de partir du bureau A pour arriver au bureau G en rencontrant le minimum d'obstacles.

### Partie B

Pris par le temps, il n'est pas rare de voir Laurent oublier de livrer le courrier du matin!

On considère que :

- Si Laurent a distribué le courrier du matin un certain jour, la probabilité qu'il y pense le lendemain est de 0,7.
- Si Laurent a oublié de distribuer le courrier du matin un certain jour, la probabilité pour qu'il oublie à nouveau le lendemain est de 0,8.

Le lundi matin 1<sup>er</sup> octobre, Laurent a bien distribué le courrier.

On note  $a_n$  la probabilité que Laurent distribue le courrier le  $n$ -ième jour de travail (on considère donc que le lundi 1<sup>er</sup> octobre est le premier jour et que  $a_1 = 1$ ).

1. Traduire les données de cet exercice à l'aide d'un graphe probabiliste. Préciser la matrice de transition associée à ce graphe.
2. Démontrer que, pour tout  $n \geq 1$ , on a :  $a_{n+1} = 0,5a_n + 0,2$ .
3. On considère la suite  $(u_n)$  définie, pour tout  $n \geq 1$ , par  $u_n = a_n - 0,4$ .
  - a. Démontrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison 0,5. Calculer son premier terme.
  - b. En déduire, pour tout  $n \geq 1$ , la valeur de  $a_n$  en fonction de  $n$ .