

Lors d'un jeu, Marc doit répondre à la question suivante :
« Le premier jour, nous vous offrons 100 € puis chaque jour suivant, nous vous offrons 5 % de plus que la veille et une somme fixe de 20 €.
Au bout de combien de jours aurez-vous gagné 10 000 € ? »

1. Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n le montant total en € versé à Marc le n -ième jour. Ainsi, $u_1 = 100$.
 - a. Calculer u_2 .
 - b. Justifier que, pour tout entier naturel n non nul, $u_{n+1} = 1,05u_n + 20$.
2. Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = u_n + 400$.
 - a. Calculer v_1 .
 - b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.
 - c. Exprimer v_n en fonction de n puis en déduire que
$$u_n = 500 \times 1,05^{n-1} - 400.$$
 - d. Déterminer, en fonction de n , la somme $v_1 + v_2 + \dots + v_n$.
3. Quelle réponse Marc doit-il donner ?