Soit (u_n) la suite définie par :

$$u_0 = 8 \quad \text{et pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = 0,85u_n + 1,8.$$

1. Sur une feuille de papier millimétré construire un repère orthonormé (unité 1 cm), où l'axe des ordonnées est placé à gauche de la feuille.

a. Dans ce repère, tracer les droites d'équations respectives $y = 0,85x + 1,8$ et $y = x$.

b. Dans ce repère. placer u_0 sur l'axe des abscisses puis, en utilisant les droites précédemment tracées, construire sut le même axe u_1, u_2 et u_3. On laissera apparents les traits de construction.

c. À l'aide du graphique, conjecturer la limite de la suite (u_n).

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 12$.

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 12 - 4 \times 0,85^n$.

c. Donner le sens de variation de la suite (v_n). En déduire celui de la suite (u_n).

d. Déterminer la limite de la suite (u_n)).

3. Un magazine est vendu uniquement par abonnement. On a constaté que :

– il y a 1 800 nouveaux abonnés chaque année ;
– d'une année sur l'autre, 15 % des abonnés ne se réabonnent pas.

En 2008, il y avait 8 000 abonnés.

a. Montrer que cette situation peut être modélisée par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre de milliers d'abonnés en $(2008 + n)$.

b. En utilisant la question 2. b., calculer une estimation du nombre d'abonnés en 2014.