Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 4}{3}$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.

2. Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$(unités graphiques : 2 cm).

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x + 4}{3}$.

a. Tracer la représentation graphique d de la fonction f ainsi que la droite Δ d'équation $y = x$.

b. En utilisant d et Δ, construire u_1, u_2 et u_3.

c. Conjecturer $\displaystyle\lim_{n\to\infty} u_n$ à l'aide de la construction, que l'on peut imaginer, d'un grand nombre de termes de la suite (u_n).

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 4$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que $u_n = 4 - 3\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$.

c. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?