

Un équipementier fabrique pour une usine de l'industrie automobile deux types de sièges : un modèle « luxe » et un modèle « confort ».

Soit x le nombre, exprimé en **centaines**, de sièges « luxe » et y le nombre, exprimé en centaines, de sièges « confort » produits chaque mois.

La fonction coût mensuel de production est la fonction F définie pour x et y appartenant à l'intervalle $[0; 3]$ par :

$$F(x, y) = x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6.$$

$F(x, y)$ désigne le coût mensuel de production, exprimé en **dizaines de milliers** d'euros, pour x **centaines** de sièges « luxe » et pour y **centaines** de sièges « confort ».

1. Au mois de janvier 2010, l'équipementier a produit 120 sièges « luxe » et 160 sièges « confort ». Justifier que le coût de production mensuel a été 12 000 euros.
2. Vérifier que, x et y étant deux nombres réels, $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + 1$.
En déduire que le coût de production mensuel minimal est 10 000 euros.
Préciser pour quelles quantités mensuelles respectives de sièges « luxe » et « confort » produites ce coût de production est obtenu.
3. À partir du mois de juillet 2010, la production mensuelle prévue de sièges est exactement 250.
 - a. Justifier que $y = 2,5 - x$.
Démontrer que, sous cette condition, le coût de production mensuel, exprimé en dizaines de milliers d'euros, est égal à $2x^2 - 3x + 2,25$.
 - b. On note f la fonction définie sur l'intervalle $[0; 2,5]$ par $f(x) = 2x^2 - 3x + 2,25$.
Dresser en le justifiant le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 2,5]$.
 - c. En déduire les quantités mensuelles respectives de sièges « luxe » et « confort » que l'équipementier doit produire à partir du mois de juillet 2010 pour minimiser le coût mensuel de production. Préciser ce coût minimal.