On considère la fonction f, définie pour tout réel x de l'intervalle $[0~;~10]$ et tout réel y de l'intervalle $[0~;~8]$ par

$$f(x~;~y) = \frac{1}{4}xy.$$

La représentation graphique de la surface (S) d'équation $z = f(x~;~y)$ dans un repère orthonormé $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath},~\vec{k}\right)$est donnée en **annexe 1**.

Partie A

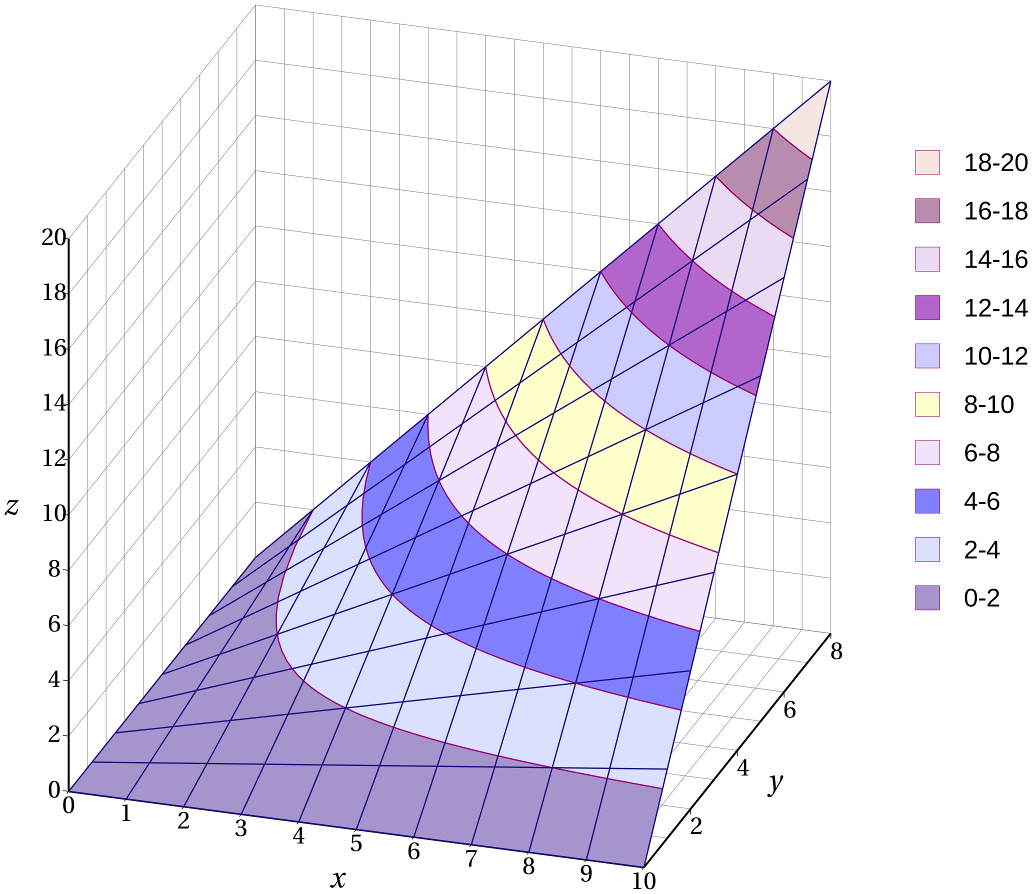
1. Sur 1e graphique de l'**annexe 1** colorer 1a courbe de niveau (Γ) de cote 10. Donner 1a nature de cette courbe.
2. Placer sur le graphique de l'**annexe 1** le point C d'ordonnée 5 appartenant à cette courbe (Γ).
   Déterminer graphiquement l'abscisse de ce point
3. Vérifier que le point B de coordonnées $(6~;~2~;~3)$ appartient à la surface (S).

Partie B

Les membres du bureau du foyer socio-éducatif d'un lycée font une étude pour déterminer quelle cotisation demander par élève au cours de l'année 2010.
Ils voudraient investir le quart des cotisations dans la rénovation de la salle de détente, réservée aux élèves.
Si la cotisation s'élève à x euros avec $0 \leqslant x \leqslant 10$ et si y centaines d'élèves adhèrent au foyer avec $0 \leqslant y \leqslant 8$, la somme allouée aux travaux de rénovation de la salle de détente en centaines d'euros sera égale à $f(x~;~y)$.

1. Quelle est la somme allouée à la rénovation de la salle de détente lorsque la cotisation est fixée à 6 euros par élève et que 600 élèves sont adhérents au foyer ?
2. Les membres du foyer font l'hypothèse que le nombre y, en centaines d'adhérents, et le nombre x, en euros, sont directement liés par la relation $y = 12 - x$
   a. Montrer que, sous cette contrainte, on peut exprimer $f(x~;~y)$ en fonction de la seule variable x sous la forme $h(x) = 3x - \frac{1}{4}x^2$.
   b. Déterminer pour quelle valeur de x la somme allouée sera 1a plus élevée .
   c. De quelle somme en euros disposeront les membres du foyer pour la rénovation dans ce cas ?

Surface (S)


z
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
x
2
4
6
8
y
18-20
16-18
14-16
12-14
10-12
8-10
6-8
4-6
2-4
0-2