

La ville de Sirap étudie les flux de sa population et enregistre, chaque année,  $y$  centaines de nouveaux résidants et  $z$  centaines de résidants quittant la ville.

Le tableau ci-dessous indique les flux pour cinq années :

Année	2000	2002	2004	2006	2007
Rang de l'année : $x_i$	0	2	4	6	7
Nouveaux résidants (en centaines) : $y_i$	9,71	10,95	10,83	11,95	11,99
Départs de résidants (en centaines) : $z_i$	9,6	11,79	12,63	12,9	13,18

### Partie A

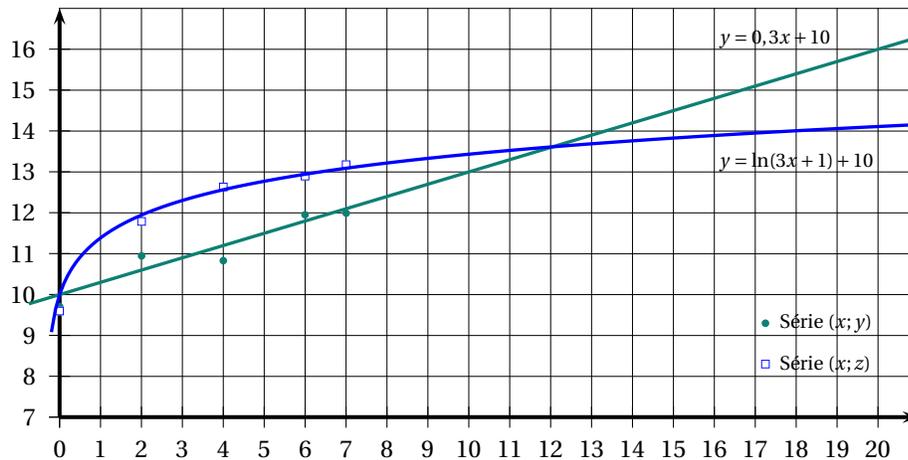
Pour la série statistique  $(x_i ; y_i)$  donner une équation de la droite d'ajustement  $\mathcal{D}$  de  $y$  en  $x$ , obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).

### Partie B

Dans toute la suite de l'exercice 4, on admettra le modèle d'ajustement  $y = f(x)$  et  $y = g(x)$  avec :

$f(x) = 0,3x + 10$  pour la série  $(x_i ; y_i)$  et  $g(x) = \ln(3x + 1) + 10$  pour la série  $(x_i ; z_i)$ .

Les nuages de points et les courbes représentatives de  $f$  et  $g$  sont donnés dans la figure ci-dessous :



1. En utilisant ces ajustements :

- Calculer à partir de quelle année le nombre de nouveaux résidants dépasserait 1 400.
- Calculer à partir de quelle année le nombre de départs de résidants dépasserait 1 400.

On considère la fonction  $d$  définie sur  $[0 ; 20]$  par

$$d(x) = g(x) - f(x) = \ln(3x + 1) - 0,3x.$$

On note  $d'$  la dérivée de  $d$ .

- Calculer  $d'(x)$  et en donner une écriture sous forme d'un quotient. Étudier son signe et construire le tableau de variations de la fonction  $d$ .
- Montrer que l'équation  $d(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $[3 ; 20]$ .

À l'aide d'une calculatrice, donner un encadrement de  $\alpha$  par deux entiers consécutifs.

- En considérant ces ajustements et en tenant compte uniquement des départs et des arrivées de résidants :

- a.** En quelle année la ville de Sirap enregistre la plus grande baisse de sa population ?  
Estimer alors cette baisse.
- b.** À partir de quelle année la ville de Sirap peut-elle prévoir une augmentation de sa population ?