

Pour établir le prix unitaire le plus adapté d'un produit, une société effectue une étude statistique.

Le tableau suivant indique le nombre d'acheteurs, exprimé en milliers, correspondant à un prix unitaire donné, exprimé en euros :

Prix en euros : $x_i$	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre d'acheteurs en milliers : $y_i$	125	120	100	80	70	50	40	25

1. Représenter le nuage de points  $M_i(x_i ; y_i)$  dans le plan  $(P)$  muni d'un repère orthonormal d'unités 1 cm pour un euro sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliers d'acheteurs sur l'axe des ordonnées.
2.
  - a. Déterminer l'équation  $y = ax + b$  de la droite  $(D)$  d'ajustement affine de  $y$  en  $x$ , obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients  $a$  et  $b$  seront arrondis à l'unité.
  - b. Tracer la droite  $(D)$  dans le plan  $(P)$ .
  - c. En utilisant l'ajustement affine précédent, estimer graphiquement, à l'euro près, le prix unitaire maximum que la société peut fixer si elle veut conserver des acheteurs.
3.
  - a. En utilisant l'ajustement affine précédent, justifier que la recette  $R(x)$ , exprimée en milliers d'euros, en fonction du prix unitaire  $x$  d'un objet, exprimé en euros, vérifie :

$$R(x) = -15x^2 + 189x.$$

- b. Étudier le sens de variation de la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  par

$$f(x) = -15x^2 + 189x.$$

- c. Quel conseil peut-on donner à la société? Argumenter la réponse.