

L'évolution de la population de bouquetins des Alpes, dans le Parc National de la Vanoise depuis sa création, est donnée par le tableau suivant :

On note  $X_i$  l'année, l'indice  $i$  étant un nombre entier variant de 1 à 8.

On note  $x_i$  le rang de l'année par rapport à 1960 :  $x_i = X_i - 1960$ .

On désigne par  $y_i$  le nombre de bouquetins l'année  $X_i$ .

Année $X_i$	1963	1976	1986	1993	1997	1998	2003	2005
Rang de l'année $x_i$	3	16	26	33	37	38	43	45
Nombre de bouquetins $y_i$	65	500	700	1 250	1 453	1 800	2 066	2 568

(Source : <http://www.bouquetin-des-alpes.org/populations/vanoise/vanoise.htm>)

On se place dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :

- 5 cm pour 10 années sur l'axe des abscisses,
- 1 cm pour 200 bouquetins sur l'axe des ordonnées.

On note  $M_i$  le point de coordonnées  $(x_i ; y_i)$ .

Ainsi  $M_1$  a pour coordonnées (3 ; 65) et  $M_3$  a pour coordonnées (26 ; 700).

1. En disposant la feuille de papier millimétrée dans le sens de la longueur pour les abscisses, représenter le nuage des huit points  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$  et  $M_8$ .
2. Dans cette question, on ne s'intéresse qu'au sous-nuage formé par les six points  $M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$  et  $M_8$ .

On admet qu'un ajustement affine de ce sous-nuage est justifié et que la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés pour ce sous-nuage a pour équation  $y = 92,6x - 1787$ .

- a. Tracer cette droite  $D$  sur le graphique précédent.
  - b. Estimer, avec cet ajustement affine, le nombre de bouquetins que l'on peut prévoir dans le Parc National de la Vanoise en 2010.
3. Dans cette question, on s'intéresse au nuage constitué des huit points  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$  et  $M_8$ .

L'allure de ce nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel de la série.

- a. On pose  $z_i = \ln y_i$ .  
Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de  $z$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.
- b. En déduire une relation entre  $y$  et  $x$  de la forme  $y = Ae^{Bx}$ ,  $A$  étant arrondi à l'unité et  $B$  au centième.
- c. En utilisant cette modélisation, calculer le nombre de bouquetins que l'on peut prévoir en 2010 dans le Parc.
- d. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.  
En utilisant cette modélisation, à partir de quelle année la population de bouquetins dépassera-t-elle 5 000 unités ?