On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^{x} - 6.$$

On note f' sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.

1. **a.** Calculer $f'(x)$ et montrer que l'on a pour tout nombre réel x,
   $f'(x) = \mathrm{e}^{x}\left(2\mathrm{e}^{x} - 1\right)$.

   b. Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2. **a.** Calculer la limite de la fonction f en $-\infty$.

   b. Calculer la limite de la fonction f en $+\infty$ (on pourra mettre en facteur le nombre e^{x} dans l'expression de $f(x)$).

3. **a.** Dresser le tableau de variations de la fonction f en précisant les limites de f.

   b. Écrire le calcul qui montre que le minimum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est égal à $\dfrac{-25}{4}$.

   c. D'après le tableau de variation de la fonction f, quel est le nombre de solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation (E_1) suivante :

$$(\mathrm{E}_1) \quad : \quad f(x) = 0.$$