PARTIE A - Étude de la représentation graphique d'une fonction *f*

On donne sur la feuille annexe, à rendre avec la copie, la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f, définie et dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.

Le plan est muni du repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1,5 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée.

La courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse $\ln 2$.

La droite d'équation $y = 6$ est asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}_f$ en $-\infty$.

La courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente de coefficient directeur -2 au point A(0 ; 3).

Par lecture graphique et en utilisant les informations ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Quelles sont les valeurs $f(\ln 2)$ et $f(0)$?
2. Déterminer, en le justifiant, $f'(\ln 2)$ et $f'(0)$.
3. Quelle est la limite de f en $-\infty$?

PARTIE B - Étude de la fonction *f*

On admettra maintenant que f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - 4\mathrm{e}^{x} + 6$$

et on se propose dans cette partie de retrouver par le calcul les résultats obtenus graphiquement dans la partie A.

1. Vérifier que pour tout nombre réel x : $f(x) = (\mathrm{e}^{x} - 2)^2 + 2$.
2. Calculer $f(\ln 2)$.
3. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.

   b. Quelle propriété de la courbe $\mathscr{C}_f$, présentée dans la partie A est ainsi confirmée ?
4. Déterminer la limité de f en $+\infty$ en utilisant l'expresion de $f(x)$ donnée en **B. 1**.
5. **a.** Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f et vérifier que pour tout nombre réel x,

   $$f'(x) = 2\mathrm{e}^{x}\left(\mathrm{e}^{x} - 2\right)$$

   .

   b. Résoudre, sur $\mathbb{R}$ l'équation $f'(x) = 0$.

   c. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation $f'(x) > 0$.
6. En déduire sur $\mathbb{R}$ le tableau de signes de $f'(x)$ puis les variations de la fonction f.
   Dresser le tableau de variations de la fonction f. Indiquer la valeur exacte de $f(\ln 2)$ et les limites trouvées en **B. 3. a.** et **B. 4.**
7. Montrer que l'équation $f(x) = 7$ admuet une unique solution α sur $\mathbb{R}$. Donner, en le justifiant, un encadrement de α à 10^{-1} près.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE