Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
On s'intéresse dans ce problème à une fonction f définie sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$.
On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie A : Étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = 2\text{e}^x + 2x + 3.$$

1. Étudier le sens de variation de la fonction g sur $\mathbb{R}$.
   Les limites ne sont pas demandées.
2. **a.** Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[-2 ; -1]$.
   b. Donner l'arrondi au dixième de α.
   c. En déduire, selon les valeurs du nombre réel x, le signe de $g(x)$.

Partie B : Étude de la fonction *f*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 2\text{e}^x + x^2 + 3x.$$

1. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
2. Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $-\infty$.
3. Soit $\mathcal{P}$ la parabole d'équation $y = x^2 + 3x$.
   a. Déterminer la limite de $f(x) - \left(x^2 + 3x\right)$ quand x tend vers $-\infty$.
   b. Que peut-on en déduire graphiquement ?
   c. Étudier la position relative de la courbe $\mathcal{C}$ et de la parabole $\mathcal{P}$.
4. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   a. Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x.
   b. En utilisant la question 2. c. de la partie A, dresser le tableau de variations de la fonction f.
   c. Donner une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-1} près.
5. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
6. Sur la feuille annexe jointe, à rendre avec la copie, on a représenté la parabole $\mathcal{P}$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, en prenant comme unité graphique 2 cm.
   Tracer sur cette feuille annexe la tangente T et la courbe $\mathcal{C}$.

ANNEXE

Cette feuille est à rendre avec la copie