**Partie A : Étude de la fonction $f$**

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -3\text{e}^{-5x} + x^3 + 1.$$

1. **a.** Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque $x$ tend vers $-\infty$.
   **b.** Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque $x$ tend vers $+\infty$.
2. **a.** On désigne par $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.
   Calculer $f'(x)$ pour tout réel $x$.
   **b.** En déduire le sens de variation de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variations.
3. **a.** Calculer $f(0)$ et $f(1)$.
   **b.** Établir que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$ dans l'intervalle $[0\,;\,1]$.
   **c.** Donner un encadrement d'amplitude $10^{-2}$ du nombre réel $\alpha$.
   **d.** Déterminer selon les valeurs du réel $x$, le signe de $f(x)$.

**Partie B : Courbe représentative de la fonction $f$**

Le plan est muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 8 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. Soit $u$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = x^3 + 1$.
   La représentation graphique $\Gamma$ de la fonction $u$, dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ est tracée sur la feuille jointe en annexe.
   **a.** On pose, pour tout réel $x$, $d(x) = f(x) - u(x)$.
   Étudier le signe de $d(x)$.
   **b.** En déduire la position de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à la courbe $\Gamma$.
2. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous. On donnera dans chaque cas la valeur décimale arrondie au centième de $f(x)$.

| $x$ | $-0,2$ | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1 | 1,2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | | |

3. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère figurant sur la feuille annexe à remettre avec la copie.

**FEUILLE ANNEXE DU PROBLÈME**
**À REMETTRE AVEC LA COPIE**