Soit la fonction f, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, d'expression

$$f(x) = \mathrm{e}^x - \frac{5}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}^x}.$$

On note f' sa fonction dérivée.
Soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2. **a.** Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ peut se mettre sous la forme :

$$f'(x) = \frac{(\mathrm{e}^x - 1)(\mathrm{e}^x + 1)}{\mathrm{e}^x}.$$

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

c. Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

3. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2X^2 - 5X + 2 = 0$ d'inconnue X.

b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ équivaut à $2\left(\mathrm{e}^x\right)^2 - 5\mathrm{e}^x + 2 = 0$.

c. En utilisant la question a., résoudre l'équation $2\left(\mathrm{e}^x\right)^2 - 5\mathrm{e}^x + 2 = 0$.

d. Quelles sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses ?

e. En utilisant les résultats des questions 2. c. et 3. d. déterminer le signe de $f(x)$sur $\mathbb{R}$.

4. Déterminer une équation de la droite $\mathscr{T}$ tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\ln(2)$.

5. En utilisant une feuille de papier millimétré, tracer dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ la courbe $\mathscr{C}_f$ et la droite $\mathscr{T}$: unités graphiques 4 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.