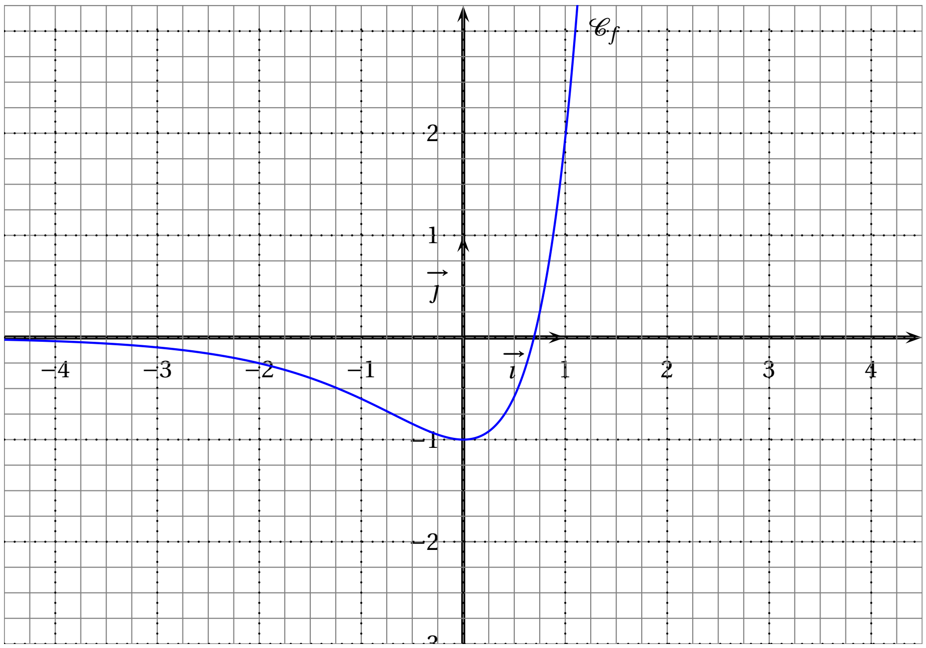
Partie A

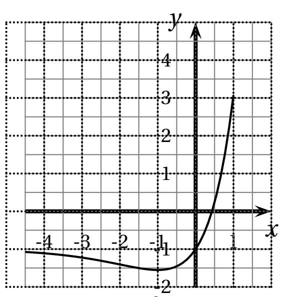
f est une fonction définie sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$.

La courbe représentative de cette fonction f, notée $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ du plan.

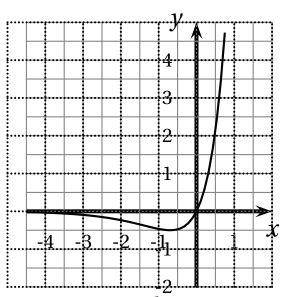


Les deux questions suivantes sont indépendantes.

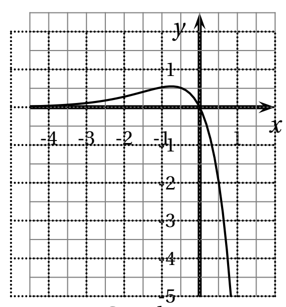
1. Parmi les trois courbes données ci-dessous se trouve la représentation graphique de la fonction f', où f' désigne la fonction dérivée de f. Indiquez de quelle courbe il s'agit en justifiant votre choix.



Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3

2. La fonction f est définie par

$$f(x) = \text{e}^{\alpha x} - 2\text{e}^{x}, \text{ où } \alpha \text{ est un nombre réel.}$$

Sachant que la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A de coordonnées $(0\ ;\ -1)$ est horizontale, déterminer le nombre α. On détaillera le raisonnement et les calculs.

Partie B

La fonction f est la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = \text{e}^{2x} - 2\text{e}^{x}.$$

La fonction f' est la fonction dérivée de la fonction f.

1. Déterminer, en justifiant par des calculs, la limite de $f(x)$ en $+\infty$ $\left(\text{on pourra factoriser par } \text{e}^x\right)$.
2. Déterminer, en justifiant par des calculs, la limite de $f(x)$ en $-\infty$. Interpréter graphiquement.
3. Vérifier que pour tout nombre réel x : $f'(x) = 2\text{e}^x\left(\text{e}^x - 1\right)$.

   Dresser le tableau de variations complet de la fonction f (on justifiera soigneusement le signe de $f'(x)$.

Partie C

Soit g la fonction définie sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$ par

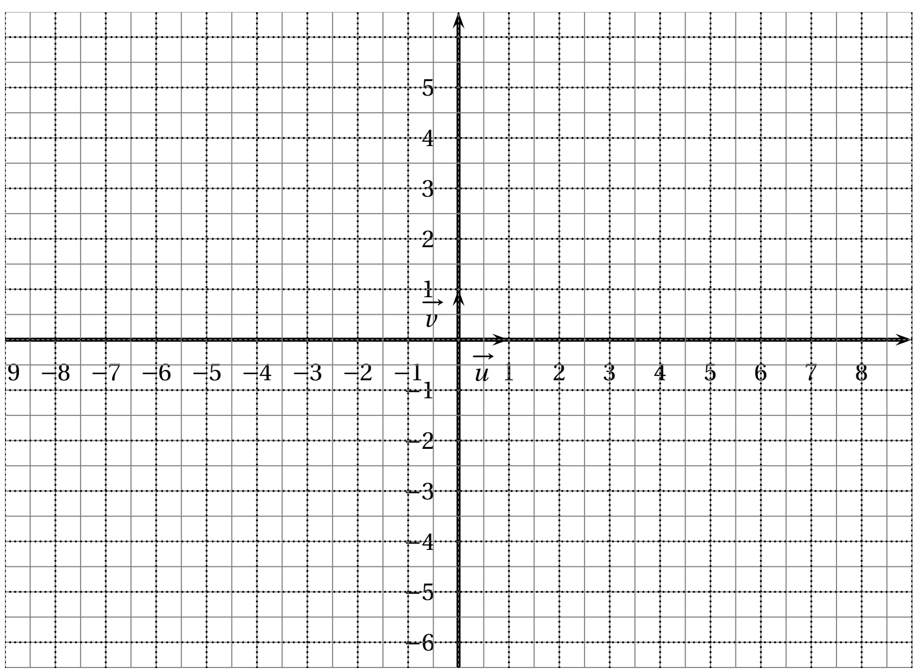
$$g(x) = \text{e}^x + 4.$$

On note $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $X^2 - 3X - 4 = 0$.
2. En déduire les coordonnées du (ou des) points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

   $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont données en annexe 2, dans le même repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan. L'unité est 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

Annexe 1 (à rendre avec la copie)



Annexe 2 (à rendre avec la copie)