Dans tout le problème, le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
La courbe $\mathscr{C}$ tracée sur l'annexe ci-jointe est la représentation graphique d'une fonction $f$ définie et dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.
La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses en O et au point A de coordonnées $\left(\frac{3}{2}\ ;\ 0\right)$.

On admet que les tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ aux points d'abscisses $\frac{1}{2}$ et 3 sont parallèles à l'axe des abscisses.
La droite $\Delta$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point O et passe par le point B de coordonnées $(-1\ ;\ 3)$.

**Partie I Exploitation graphique de la courbe $\mathscr{C}$**

1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}\ ;\ \frac{7}{2}\right]$.
2. Donner le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}\ ;\ \frac{7}{2}\right]$.
3. Donner les valeurs $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f'(3)$.
4. Donner une équation de la tangente $\Delta$. En déduire $f'(0)$.
5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f'(x) > 0$ sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}\ ;\ \frac{7}{2}\right]$.

**Partie II Étude de la fonction *f***

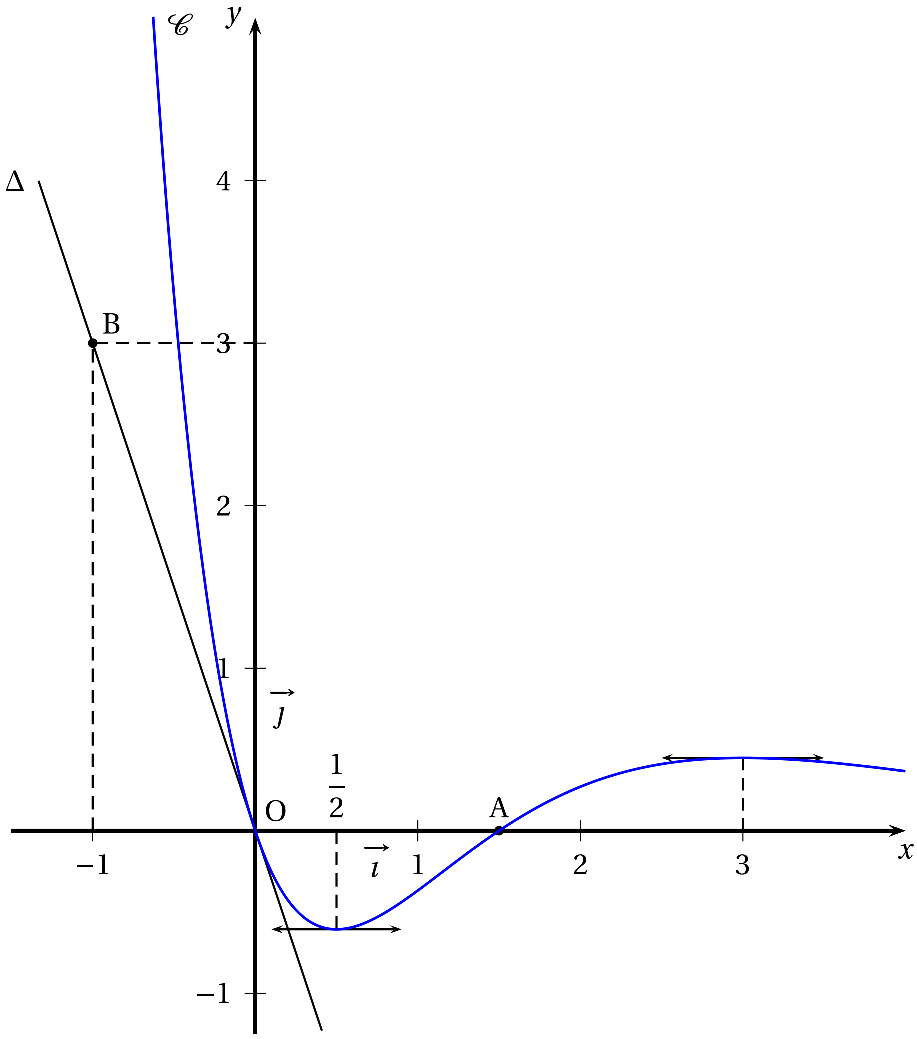
La fonction $f$ est définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = \left(2x^2 - 3x\right)\text{e}^{-x}.$$

1. Déterminer la limite de la fonction $f$ en $-\infty$. Justifier la réponse.
2. Justifier que pour tout nombre réel $x$, $f(x) = \dfrac{2x^2}{\text{e}^x} - \dfrac{3x}{\text{e}^x}$ puis déterminer la limite de la fonction $f$ en $+\infty$.
   En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.
3. On appelle $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$. Calculer, pour tout nombre réel $x$, $f'(x)$ puis montrer que $f'(x) = \left(-2x^2 + 7x - 3\right)\text{e}^{-x}$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$. En déduire les variations de la fonction $f$ sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.
5. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse $\frac{3}{2}$.

**Partie III Calcul d'aire**

1. Calculer $f(2)$. Montrer que la fonction $f$ est positive sur l'intervalle $[2\ ;\ 3]$.
2. Montrer que la fonction $F$ définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \left(-2x^2 - x - 1\right)\text{e}^{-x}$ est une primitive de la fonction $f$ sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.
3. Soit $\mathscr{D}$ le domaine du plan compris entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.
   **a.** Sur l'annexe, hachurer le domaine $\mathscr{D}$.
   **b.** Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine $\mathscr{D}$, puis donner une valeur approchée au centième de l'aire du domaine $\mathscr{D}$.



$\mathscr{C}$
$y$
$\Delta$
4
B
3
2
1
$\vec{\jmath}$
$\frac{1}{2}$
O
A
$-1$
$\vec{\imath}$
1
2
3
$x$
$-1$