**Partie A**

On considère l'équation différentielle notée (E) :

$$y' + 0,1y = 3$$

où $y$ désigne une fonction inconnue de la variable réelle $t$, dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

1. Résoudre l'équation différentielle notée (F) :

$$z' + 0,1z = 0$$

où $z$ désigne une fonction inconnue de la variable réelle $t$, dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

2. On pose, pour tout nombre réel $t$ appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$,
$y(t) = z(t) + 30$, où la fonction $z$ est solution de l'équation différentielle (F).
   **a.** Démontrer que la fonction $y$ est solution de l'équation différentielle (E).
   **b.** Parmi les fonctions précédentes, déterminer celle vérifiant $y(0) = 20$.

**Partie B**

La température en degrés Celsius (°C) du lubrifiant d'un moteur varie en fonction du temps $t$ de fonctionnement exprimé en heures.
La fonction $f$ est définie pour tout nombre réel $t$ de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(t) = 30 - 10\mathrm{e}^{-0,1t}.$$

1. Déterminer la température du lubrifiant :
   **a.** À l'arrêt.
   **b.** Au bout de vingt quatre heures.
2. On s'intéresse au comportement de la fonction $f$ en $+\infty$.
   **a.** Déterminer $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} f(t)$.
   **b.** Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.
   **c.** Donner une signification concrète de ce résultat pour le lubrifiant.
3. On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.
   **a.** Calculer $f'(t)$ pour tout nombre réel $t$ appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   En déduire le sens de variation de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   **b.** Construire la courbe représentative de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ dans le repère orthogonal $[0\ ;\ +\infty[$ de l'annexe qu'on rendra avec la copie.
   **c.** À quel instant la température du lubrifiant est-elle de 28 °C ? Donner une valeur approchée à l'heure près puis à la minute près du résultat.
   **d.** Calculer la température moyenne du lubrifiant entre la cinquième et la dixième heure de fonctionnement.

   *On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction g dérivable sur [a ; b] est :*

$$V_m = \frac{1}{b-a}\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x.$$