Soit f la fonction définie sur l'intervalle : $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \ln x + \ln(x+1)$$

On note $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 cm en abscisse et 2 cm en ordonnée.

Partie A :

1. **a.** Calculer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$. Quelle interprétation graphique peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

   b. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

   Montrer que $f'(x) = \dfrac{2x+1}{x(x+1)}$.

3. **a.** Étudier, pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, le signe de $f'(x)$.

   b. En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

4. Recopier et compléter le tableau suivant (les valeurs de $f(x)$ seront arrondies à 10^{-1} près.)

x	0,1	0,3	0,5	1	2	4	6	8	10	12
$f(x)$				0,7						

Partie B

1. **a.** Résoudre dans $]0\,;\,+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. (On vérifiera que $f(x)$ s'écrit sous la forme $f(x) = \ln[x(x+1)]$ et on donnera la valeur exacte de la solution puis la valeur arrondie à 10^{-1} près).

   b. Interpréter graphiquement cette réponse.

   c. Montrer que la fonction f est strictement positive sur l'intervalle $[1\,;\,+\infty[$.