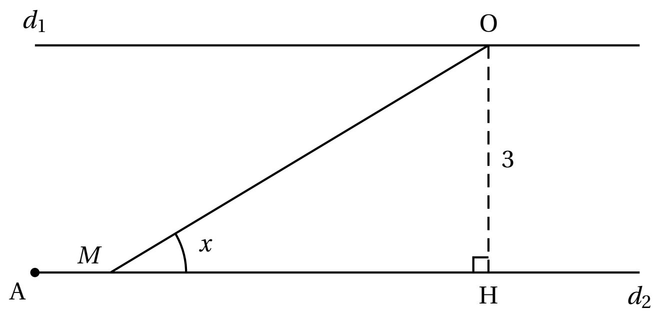
On considère deux droites parallèles d_1 et d_2. Le point O appartient à la droite d_1 et le point A appartient la droite d_2 comme indiqué sur la figure ci-dessous. On note H le point d'intersection de la droite d_2 et de la perpendiculaire à la droite d_2 passant par le point O (on dit que le point H est le projeté orthogonal du point O sur la droite d_2). La distance OH vaut 3 (OH = 3).

On considère un point M, distinct du point H, sur la demi-droite [HA) d'origine H et on note x l'angle variable $\widehat{\text{H}M\text{O}}$. Le nombre x appartient donc à l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$.



Partie I : conjecture puis vérification

1. Selon vous, comment varie la longueur OM en fonction de l'angle x ? (aucune justification mathématique n'est demandée)
2. Calculer OM lorsque $x = \dfrac{\pi}{3}$.
3. Exprimer OM en fonction de x pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$.
4. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $f(x) = \dfrac{3}{\sin x}$.
   Vérifier que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$, $f'(x) = \dfrac{-3\cos x}{\sin^2 x}$.
   Étudier les variations de la fonction f, puis dresser son tableau de variations. (*On ne demande pas de préciser la limite en* 0.)
5. Recopier puis compléter le tableau de valeurs de la fonction f arrondies au dixième près.

x	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	1	$\dfrac{\pi}{2}$
$f(x)$				

6. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f sur l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$ dans un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. Prendre 2 cm pour unité graphique.