

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}[$ par $f(x) = \frac{3}{\sin x}$.

On note \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $]\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}[$ dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Prendre 2 cm pour unité graphique.

On veut calculer la valeur exacte du volume du solide de révolution engendré par la rotation de la courbe \mathcal{C} autour de l'axe des abscisses.

On rappelle que le volume V de ce solide, en unités de volume, est donné par la formule :

$$V = \pi \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} [f(x)]^2 dx.$$

1. Calculer la dérivée de la fonction g définie sur l'intervalle $[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}]$ par

$$g(x) = -\frac{\cos x}{\sin x}.$$

En déduire une primitive H sur l'intervalle $[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}]$ de la fonction h définie par

$$h(x) = [f(x)]^2.$$

2. Calculer la valeur exacte du volume V en cm^3 , puis une valeur arrondie au mm^3 .