

Le plan est rapporté au repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(Unités graphiques : 3 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée). Soit f la fonction définie sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels par :

$$f(x) = e^{-x}(3x+2) + x.$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans le repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On rappelle que f est une solution de l'équation différentielle (E) :

$$y' + y = 3e^{-x} + x + 1$$

où y est une fonction inconnue de la variable réelle x , dérivable sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels.

1. Démontrer que la fonction F , définie sur \mathbb{R} par :

$$F(x) = -f(x) - 3e^{-x} + \frac{x^2}{2} + x,$$

est une primitive de la fonction f sur \mathbb{R} .

2. En déduire l'aire en cm^2 du domaine plan délimité par la courbe \mathcal{C} , les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$, et l'axe des abscisses. (On donnera un résultat arrondi au mm^2 .)