

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique 2 cm. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (x+1)e^{-x} - x^2 + 3.$$

La représentation graphique \mathcal{C} de f définie et dérivable sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels ainsi qu'une droite \mathcal{T} sont tracées dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan sur la feuille figurant en annexe.

1. a. On considère les fonctions g et G définies sur \mathbb{R} par

$$g(x) = (x+1)e^{-x} \quad \text{et} \quad G(x) = (-x-2)e^{-x}.$$

Démontrer que la fonction G est une primitive de la fonction g sur \mathbb{R} .

- b. En déduire une primitive F de la fonction f sur \mathbb{R} .

2. On désigne par \mathcal{P} la partie du plan délimitée par la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 1$.

On appelle \mathcal{A} la mesure, exprimée en cm^2 , de l'aire de la partie \mathcal{P} . Calculer la valeur exacte de \mathcal{A} , puis en donner la valeur décimale arrondie au centième.

