Le but de ce problème est de calculer la surface d'un pendentif en forme de tulipe.
Dans tout le problème, le plan est muni d'un repère orthogonal $\left(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
On choisit pour unités graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle I = [0 ; 3] par :

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - 2x + 3.$$

La courbe représentative de f dans le repère $\left(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ est notée $\mathcal{C}_f$ et donnée en annexe.
Ce graphique sera complété au fur et à mesure du problème.

1. Par lecture graphique, donner le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle I.
2. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $K = \int_0^3 f(x)\,dx$.

Partie B

On considère la fonction g définie sur l'intervalle I = [0 ; 3] par

$$g(x) = (3-x)e^x.$$

On appelle $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de g dans le repère $\left(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Montrer que pour tout x de l'intervalle I, on, a $g'(x) = (2-x)e^x$ où g' désigne la fonction dérivée de la fonction g.
2. Étudier le signe de g' et dresser le tableau de variations de la fonction g.
   a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs de la fonction g (arrondir les valeurs au dixième).

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$g(x)$			5,4	6,7			

   b. Compléter le graphique de la feuille annexe en traçant la courbe $\mathcal{C}_g$.
3. **a.** Montrer que la fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x) = (4-x)e^x$ est une primitive de la fonction g.
   b. Donner la valeur exacte de l'intégrale $J = \int_0^3 g(x)\,dx$.

Partie C

1. Hachurer P_1 la portion de plan comprise entre les courbes $\mathcal{C}_f$ et$\mathcal{C}_g$.
2. Construire les courbes Γ_f et Γ_g symétriques de $\mathcal{C}_f$ et$\mathcal{C}_g$ par rapport à l'axe des abscisses.
3. Hachurer P_2 la portion de plan comprise entre Γ_f et Γ_g.
4. En utilisant les résultats de la question A. 2. et de la question B. 4. b., exprimer en unités d'aire l'aire du motif représenté par les portions de plan P_1 et P_2.
   En déduire une valeur exacte de l'aire en cm^2 puis la valeur arrondie au cm^2.

ANNEXE à rendre avec la copie