Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{\ln x}{x} + 2x - 3.$$

On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées).

1. Soit K la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$K(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2.$$

On note K' la fonction dérivée de la fonction K. Calculer $K'(x)$ pour tout nombre réel x strictement positif.

2. En déduire une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

3. Soit $\mathcal{A}$ l'aire du domaine compris entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}$ et les droites d'équations respectives $x = \sqrt{\text{e}}$ et $x = \text{e}$.

  a. Calculer la valeur exacte de $\mathcal{A}$ en unité d'aire.

  b. Donner une valeur approchée au mm^2 près de l'aire $\mathcal{A}$.

  c. Retrouver une valeur approximative de ce résultat en calculant l'aire en mm^2 d'un trapèze à préciser.