Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, d'expression :

$$f(x) = \ln\left(1 + \mathrm{e}^{x}\right) - 1.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Hachurer sur le graphique la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = 2$.

On va déterminer un encadrement de la valeur de l'aire $\mathscr{A}$, de cette surface en unités d'aire.

2. Tracer la droite D d'équation : $y = 0,8x - 0,2$.

3. Par lecture graphique préciser la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite D sur l'intervalle $[1\ ;\ 2]$.

4. On admet que :

$$\int_1^2 (x-1)\,\mathrm{d}x \leqslant \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant \int_1^2 (0,8x - 0,2)\,\mathrm{d}x.$$

a. Calculer $I = \displaystyle\int_1^2 (x-1)\,\mathrm{d}x$ et $J = \displaystyle\int_1^2 (0,8x-0,2)\,\mathrm{d}x$.

b. En déduire un encadrement de $\mathscr{A}$.