

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique 1 cm.

On désigne par \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x} + 2x.$$

Soit G la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $G(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$.

1. Démontrer que G est une primitive de la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{\ln x}{x}$.
2. Hachurer la partie du plan délimitée par les droites d'équation $x = 1, x = e$, la courbe \mathcal{C} et l'axe des abscisses.
3. Calculer, en cm^2 , la valeur exacte de l'aire de cette partie hachurée.