On note f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2\ln x}{x} - 2x + 4.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.
L'unité graphique est 2 cm sur chacun des axes.

1. On note F la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

$$F(x) = (\ln x)^2 - x^2 + 4x.$$

a. Démontrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

b. On note $\mathscr{A}$ l'aire, exprimée en cm^2, du domaine plan compris entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$.
Déterminer la valeur exacte de $\mathscr{A}$ puis en donner la valeur arrondie au mm^2.