

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x(1 + 2e^{-x})$$

Soit D la droite d'équation $y = x$.

On appelle \mathcal{C} sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unités graphiques 2 centimètres en abscisse et 1 centimètre en ordonnée.

On note \mathcal{A} la mesure, exprimée en centimètres carrés, de l'aire du domaine du plan compris entre la courbe \mathcal{C} la droite D l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$.

1. Hachurer le domaine ainsi défini.
2. Soient h et H les fonctions définies sur \mathbb{R} par $h(x) = 2xe^{-x}$ et $H(x) = 2(-x - 1)e^{-x}$.
Montrer que la fonction H est une primitive de la fonction h sur \mathbb{R} .
3. Calculer la valeur exacte de \mathcal{A} puis en donner une valeur arrondie au millimètre carré près.