

On considère la fonction définie sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels par

$$f(x) = e^{-2x} + 4e^{-x} + 6x + 1.$$

On note \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unités graphiques 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

Soit \mathcal{D} la droite d'équation $y = 6x + 1$.

m étant un nombre réel strictement positif, on note $\mathcal{A}(m)$ l'aire, en unités d'aire, comprise entre la droite \mathcal{D} , la courbe \mathcal{C} , les droites d'équations $x = 0$ et $x = m$.

1. Exprimer $\mathcal{A}(m)$ en fonction de m .
2. Calculer $\mathcal{A}(1)$. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée arrondie au centième.
3. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels, l'équation $-4e^{-2x} - 32e^{-x} + 17 = 0$ (on pourra poser $X = e^{-x}$).
4. Déterminer le réel $m > 0$, tel que $\mathcal{A}(m) = \frac{19}{8}$.