

On considère la fonction définie sur l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels par

$$f(x) = e^{-2x} + 4e^{-x} + 6x + 1.$$

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthogonal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unités graphiques 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

Soit  $\mathcal{D}$  la droite d'équation  $y = 6x + 1$ .

$m$  étant un nombre réel strictement positif, on note  $\mathcal{A}(m)$  l'aire, en unités d'aire, comprise entre la droite  $\mathcal{D}$ , la courbe  $\mathcal{C}$ , les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = m$ .

1. Exprimer  $\mathcal{A}(m)$  en fonction de  $m$ .
2. Calculer  $\mathcal{A}(1)$ . On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée arrondie au centième.
3. Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels, l'équation  $-4e^{-2x} - 32e^{-x} + 17 = 0$  (on pourra poser  $X = e^{-x}$ ).
4. Déterminer le réel  $m > 0$ , tel que  $\mathcal{A}(m) = \frac{19}{8}$ .