

On considère la fonction  $f$  définie sur l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels par

$$f(x) = -e^{-x} + x^2 + x.$$

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan.

On considère la fonction  $p$  définie sur l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels par

$$p(x) = x^2 + x.$$

Sa courbe représentative est notée  $\mathcal{P}$ .

1. Soit  $\beta$  un nombre réel strictement supérieur à 1. Calculer en unités d'aire, l'aire  $\mathcal{A}(\beta)$  du domaine plan compris entre les courbes  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{P}$  d'une part, les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = \beta$  d'autre part.
2. Déterminer la limite de  $\mathcal{A}(\beta)$  quand  $\beta$  tend vers  $+\infty$ .