

Un jeu est organisé de la manière suivante : le joueur mise 3 €, puis fait tourner une roue partagée en 6 secteurs circulaires. Lorsque la roue s'immobilise, un repère situé devant la roue indique le secteur circulaire désigné. On suppose que la roue est lancée suffisamment vite pour que la position du repère corresponde à un tirage aléatoire ; la probabilité que le repère indique un secteur donné est donc proportionnelle à l'angle au centre de ce secteur.

Sur chacun des secteurs circulaires est affichée une somme que le joueur reçoit :

- le secteur 1 mesure 150° et indique la somme 0 € : le joueur ne reçoit rien ;
- le secteur 2 mesure 100° et affiche 3 € ;
- le secteur 3 mesure 50° et affiche 4 € ;
- le secteur 4 mesure 35° et affiche 6 € ;
- le secteur 5 mesure 15° et affiche 10 € ;
- le secteur 6, qui est le dernier, mesure 10° et affiche 15 €.

On appelle « gain » du joueur la somme, positive ou négative, que le joueur obtient après le lancer de la roue : cette somme prend en compte la mise de 3 €. Ainsi, par exemple le gain correspondant au secteur 5 est égal à 7 €.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le gain du joueur. Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable X .
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un gain d'au moins 3 € ?
3.
 - a. Calculer l'espérance mathématique de la variable X .
 - b. Le jeu est-il équitable ?
4. Dans cette question, les cinq premiers secteurs sont inchangés, mais le sixième affiche une somme de a € où a est un nombre réel positif. On note encore X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le gain du joueur.
 - a. Calculer l'espérance mathématique de la variable X en fonction du réel a .
 - b. Déterminer la valeur de a pour que cette espérance soit nulle.