

Un professeur d'une classe de terminale S. T. I. donne à ses élèves trois questions dans une interrogation écrite et propose deux réponses par question : l'une juste et l'autre fausse.

On désigne par J une réponse juste et par F une réponse fausse.

On suppose que les élèves répondent à chaque question en indiquant soit la réponse juste, soit la réponse fausse. À chaque élève, on associe le résultat de son interrogation, sous la forme d'un triplet constitué des réponses données aux trois questions. Par exemple, si un élève a répondu juste à la première, faux à la deuxième et à la troisième, on lui associera le résultat (J, F, F).

**I** Déterminer à l'aide d'un arbre l'ensemble des résultats possibles. Combien y a-t-il de résultats possibles ?

**II** On considère un élève qui répond au hasard à chaque question et de façon indépendante pour chacune d'elles. Le professeur fait l'hypothèse d'équiprobabilité des résultats.

1. Démontrer que la probabilité de l'évènement A « le résultat contient exactement une réponse juste » est égale à  $\frac{3}{8}$ .
2. Déterminer la probabilité de l'évènement B « le résultat contient au moins une réponse juste. »
3. Dans cette question, le professeur note les copies de la manière suivante : il donne 1 point pour une réponse juste et 0 point pour une réponse fausse.

On appelle  $X$  la variable aléatoire qui à chaque résultat associe la note obtenue par l'élève.

- a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire  $X$  ?
  - b. Donner la loi de probabilité de  $X$ .
  - c. Calculer l'espérance mathématique  $E(X)$  de  $X$ .
4. Dans cette question, le professeur note les copies de la manière suivante : il donne 1 point pour une réponse juste et enlève 0,25 point pour une réponse fausse.

Si le total des points ainsi obtenu est négatif, la note attribuée est 0.

On appelle  $Y$  la variable aléatoire qui à chaque résultat associe la note obtenue par l'élève. Calculer l'espérance mathématique  $E(Y)$  de  $Y$ .