On propose à un candidat au baccalauréat un exercice qui comporte trois questions auxquelles il doit répondre par vrai ou faux.
Une bonne réponse rapporte 2 points, une mauvaise réponse enlève 1 point, l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.
On appelle :

- A l'évènement : « le candidat n'a pas répondu à la question » ;
- B l'évènement : « le candidat a donné la bonne réponse à la question » ;
- C l'évènement : « le candidat a donné la mauvaise réponse à la question ».

Si, par exemple, le candidat a donné les bonnes réponses aux questions 1 et 2, et la mauvaise réponse à la question 3, le résultat obtenu se note (B, B, C).

Un candidat qui ne sait répondre à aucune question hésite entre deux stratégies :
– soit il répond au hasard aux trois questions ;
– soit il décide de ne pas répondre à une question, par exemple la première, et répond au hasard aux deux autres questions.

I. Première stratégie : le candidat choisit de ne pas laisser de questions sans réponse.
Il répond donc au hasard et de façon équiprobable aux trois questions.

1. Combien de triplets différents peut-on obtenir ? (On pourra utiliser un arbre.)
2. Calculer la probabilité que le candidat n'ait fait aucune faute. .
3. Montrer que la probabilité que le candidat ait fait une faute et une seule, est égale à $0,375$.
4. On note X la variable aléatoire qui à chaque triplet associe la note obtenue à l'exercice.
   - **a.** Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.
   - **b.** Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
   - **c.** Calculer l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X.

II. Deuxième stratégie : le candidat choisit de ne pas répondre à la première question, et répond au hasard et de façon équiprobable aux deux autres questions.

1. Combien de triplets différents peut-on obtenir ?
2. On note Y la variable aléatoire qui à chaque triplet associe la note obtenue à l'exercice.
   - **a.** Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire Y.
   - **b.** Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire Y.
   - **c.** Calculer l'espérance mathématique E(Y) de la variable aléatoire Y.

III. Comparaison des stratégies : parmi les deux stratégies, quelle est la plus favorable au candidat ?