

Une boîte contient 140 tiges métalliques de forme cylindrique, de dimensions variées, issues de la production d'un atelier. Le tableau suivant donne leur répartition suivant leur longueur ℓ et leur diamètre d , exprimée en millimètres.

$\ell \backslash d$	15,8	16	16,1	16,3
84	5	9	6	0
85	15	19	21	4
86	12	6	12	7
87	6	7	6	5

Par exemple il y a 12 tiges métalliques de longueur 86 mm et de diamètre 16,1 mm. On tire au hasard une tige de la boîte, les tirages étant équiprobables. Dans tout l'exercice, les probabilités seront données sous forme de fraction.

1. Calculer les probabilités respectives p_1 , p_2 et p_3 des évènements suivants :
 - a. « obtenir une tige de longueur 86 mm et de diamètre 16 mm » ;
 - b. « obtenir une tige de longueur 85 mm » ;
 - c. « obtenir une tige de longueur inférieure ou égale à 86 mm ».
2. Selon les normes imposées par la production, une tige métallique est conforme lorsque sa longueur ℓ et son diamètre d exprimés en millimètres, vérifient :

$$84,5 \leq \ell \leq 85,5 \quad \text{et} \quad 15,9 \leq d \leq 16,2$$

Calculer la probabilité de l'évènement : « obtenir une tige conforme ».

3. Soit X la variable aléatoire qui à chacun des tirages possibles, associe la longueur en millimètres de la tige obtenue.
 - a. Quelle est la probabilité de l'évènement « $X = 84$ ».
 - b. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - c. Calculer la probabilité de l'évènement « $X \geq 85$ ».
 - d. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X . En donner un arrondi au centième.