

Une urne contient 100 boules. Chacune de ces boules porte l'un des numéros 1, 2, 3, 4 ou 5. La répartition des boules suivant leur numéro est donnée par le tableau ci-dessous :

Numéro inscrit sur la boule	1	2	3	4	5
Nombre de boules	15	25	15	35	10

Un joueur tire au hasard une boule dans cette urne. On admet que tous les tirages sont équiprobables.

1. Pour tout entier n tel que $1 \leq n \leq 5$, on note p_n la probabilité de tirer une boule numérotée n .

Déterminer p_1, p_2, p_3, p_4 et p_5 .

2. On considère les évènements suivants :

- A : « La boule tirée porte un numéro inférieur ou égal à 3 » ;
- B : « La boule tirée porte un numéro pair ».

Déterminer les probabilités des évènements $A, B, A \cap B$ et $A \cup B$.

3. Un jeu est défini de la façon suivante : un joueur mise 6 € puis il tire une boule de l'urne.

- Si le numéro de la boule est impair il reçoit une somme de 11 € ;
- si le numéro de la boule tirée est pair il ne reçoit rien.

On désigne par X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le gain (éventuellement négatif) du joueur.

a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X

b. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de la variable aléatoire X .

c. On modifie la règle du jeu, la mise reste identique.

- Si le numéro de la boule tirée est impair il reçoit la somme de a euros ;
- si le numéro de la boule tirée est pair il ne reçoit rien.

Déterminer la valeur du nombre a pour que le jeu soit équitable.