

Un bâtiment industriel est équipé d'une alarme qui se déclenche, en principe, lorsqu'il y a un dégât des eaux. Il arrive cependant que ce système d'alarme soit mis en défaut.

On suppose qu'il ne peut pas y avoir plus d'un dégât des eaux par jour et qu'il ne peut pas y avoir plus d'un déclenchement d'alarme par jour.

Une étude portant sur 500 journées montre qu'il y a eu :

- 5 jours où il y a eu un dégât des eaux.
- 1 jour où il y a eu un dégât des eaux sans que l'alarme se déclenche.
- 10 jours où l'alarme s'est déclenchée sans qu'il y ait un dégât des eaux.

1. À l'aide des données de l'énoncé, recopier et compléter le tableau suivant.

	Nombre de jours où il y a un dégât des eaux	Nombre de jours où il n'y a pas de dégât des eaux	TOTAL
Nombre de jours où l'alarme se déclenche			
Nombre de jours où l'alarme ne se déclenche pas			
TOTAL			500

2. On choisit un jour au hasard parmi les 500 journées étudiées.

On considère les événements suivants :

E : « Ce jour-là il y a un dégât des eaux »

A : « Ce jour-là l'alarme se déclenche »

Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

- a. Calculer la probabilité $p(A)$ de l'évènement A.
- b. Soit B l'évènement : « le système d'alarme est mis en défaut ». Calculer la probabilité $p(B)$ de l'évènement B.
- c. Sachant que ce jour-là, l'alarme s'est déclenchée, quelle est la probabilité qu'il y ait réellement un dégât des eaux ?

3. On admet que les probabilités calculées au 2. restent valables si on choisit n'importe quel jour au hasard, quelle que soit sa date.

Pour une journée donnée, on peut se trouver dans l'une des quatre situations suivantes :

- il y a un dégât des eaux et l'alarme se déclenche,
- il y a un dégât des eaux et l'alarme ne se déclenche pas,
- l'alarme se déclenche sans qu'il y ait un dégât des eaux,
- rien ne se passe.

Les assureurs estiment les coûts suivants pour le bâtiment :

- 1 000 euros pour un dégât des eaux lorsque l'alarme fonctionne.
- 3 000 euros pour un dégât des eaux lorsque l'alarme ne fonctionne pas.
- 150 euros lorsque l'alarme se déclenche par erreur.

On note X la variable aléatoire représentant le coût journalier pour le bâtiment industriel.

- a. Donner la loi de probabilité de X.
- b. Quel est le coût moyen journalier de cette assurance ?